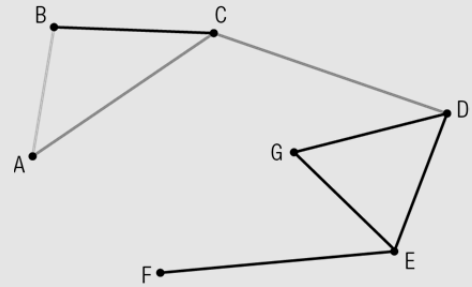


CHAÎNE

- On établit une **chaîne** lorsqu'on passe d'un sommet à un autre d'un graphe en suivant des arêtes.
- La **longueur** d'une chaîne correspond au nombre de fois qu'on passe d'un sommet à un autre.
- La **distance** entre deux sommets correspond à la longueur de la chaîne la plus courte qui relie ces deux sommets.

Exemple : Dans le graphe ci-contre :

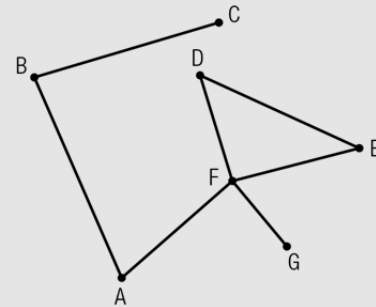
- A-B-C-D-G est une chaîne de longueur 4 ;
- F-E-G-D est une chaîne de longueur 3 ;
- $d(A, B) = 1$;
- $d(A, D) = 2$.

**CYCLE**

Un **cycle** correspond à une chaîne qui commence et se termine au même sommet.

Exemple : Dans le graphe ci-contre :

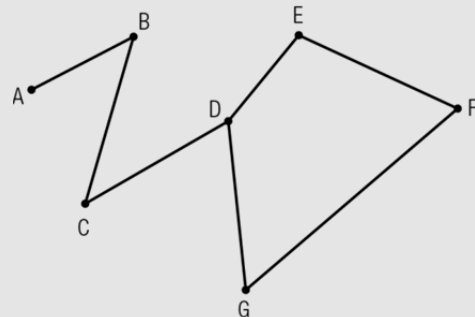
- A-F-D-E-F-A est un cycle ;
- C-B-A-B-C est un cycle.

**CHAÎNE SIMPLE ET CYCLE SIMPLE**

- Une chaîne est dite **simple** s'il n'y a pas de répétition d'arêtes.
- Un cycle est dit **simple** s'il n'y a pas de répétition d'arêtes.

Exemple : Dans le graphe ci-contre :

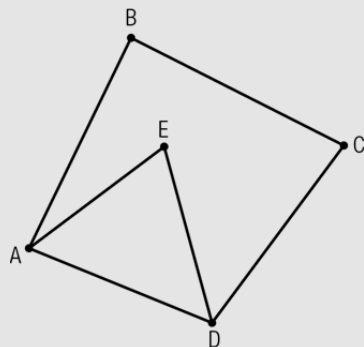
- A-B-C-D est une chaîne simple ;
- D-E-F-G-D est un cycle simple.



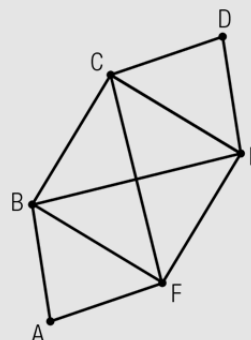
CHAÎNE EULÉRIENNE ET CYCLE EULÉRIEN

- Une **chaîne eulérienne** est une chaîne qui emprunte une seule fois **toutes les arêtes** d'un graphe connexe.
- Un **cycle eulérien** est une chaîne eulérienne qui commence et se termine en un même sommet.

Exemples: 1) Dans le graphe suivant, A-E-D-C-B-A-D est une chaîne eulérienne.



2) Dans le graphe suivant, A-B-C-D-E-F-C-E-B-F-A est un cycle eulérien.

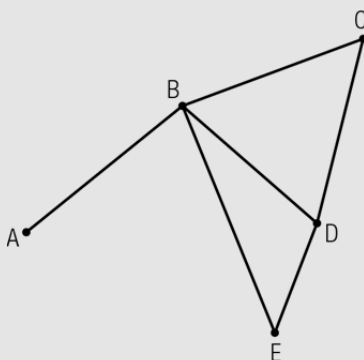


- Un graphe admet une chaîne eulérienne s'il comporte **exactement deux** sommets de **degré impair**. Cette chaîne commence à un sommet de degré impair et se termine à l'autre sommet de degré impair.
- Un graphe admet un cycle eulérien si **tous** ses sommets sont de **degré pair**.

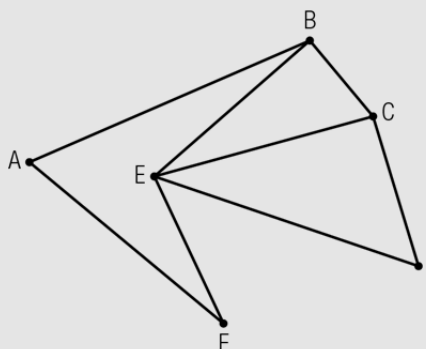
CHAÎNE HAMILTONIENNE ET CYCLE HAMILTONIEN

- Une **chaîne hamiltonienne** est une chaîne simple qui emprunte une seule fois **tous les sommets** d'un graphe connexe.
- Un **cycle hamiltonien** est un cycle simple qui emprunte une seule fois **tous les sommets** d'un graphe connexe.

Exemples: 1) Dans le graphe suivant, A-B-E-D-C est une chaîne hamiltonienne.



2) Dans le graphe suivant, C-D-E-F-A-B-C est un cycle hamiltonien.

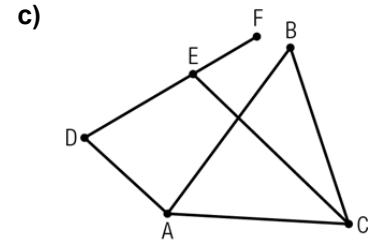
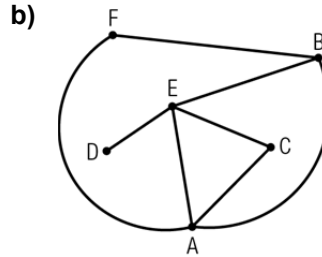
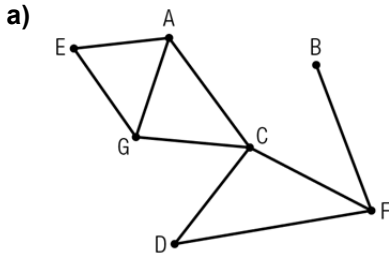


RENFORCEMENT

3.2

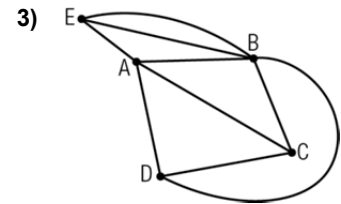
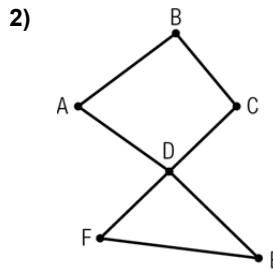
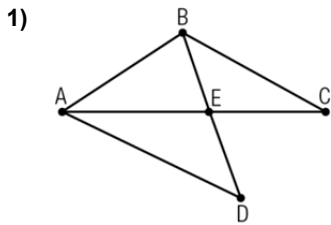
Chaînes et cycles

1 Pour chacun des graphes, déterminez $d(A, B)$.

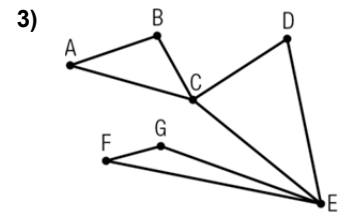
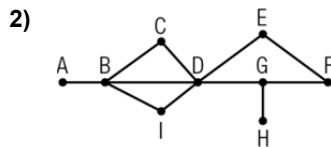
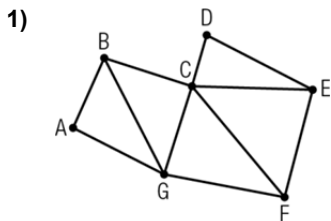


2 Pour chacun des graphes, déterminez, si possible :

a) une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien ;



b) une chaîne hamiltonienne ou un cycle hamiltonien.



3

3 Dans chaque cas :

- 1) représentez le graphe décrit ;
- 2) nommez, si possible, une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien ;
- 3) nommez, si possible, une chaîne hamiltonienne ou un cycle hamiltonien.

a)

Sommets	Arêtes
A, B, C, D, E, F	A-C, A-F, B-C, B-F, C-F, D-E

1)

2) _____

3) _____

b)

Sommets	Arêtes
a, b, c, d, e, f	a-b, a-e, a-f, b-e, b-f, c-f, c-d, d-f

1)

2) _____

3) _____

c)

Sommets	Arêtes
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	1-2, 1-3, 1-5, 2-6, 3-4, 3-5, 3-7, 4-6, 6-7

1)

2) _____

3) _____

d)

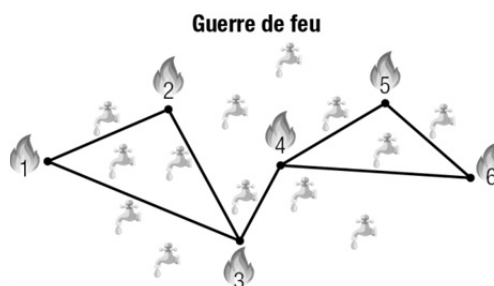
Sommets	Arêtes
A, B, C, D, E, F, G, H	A-H, B-F, B-H, C-E, C-F, C-H, D-H, E-G, F-G

1)

2) _____

3) _____

4 La guerre du feu est un jeu souvent joué dans les camps scouts. Chaque équipe doit surveiller son feu de camp tandis que les joueurs des équipes adverses, munis de seaux, doivent tenter d'éteindre les feux des autres équipes. Dans le graphe illustré, chaque sommet correspond au feu d'une équipe et chaque arête, à un trajet de ravitaillement entre deux feux.



Proposez l'ajout de deux trajets de ravitaillement permettant à un joueur ou une joueuse de l'équipe 1 de partir de son feu de camp, rallier chacun des feux en passant une seule fois par chacun d'entre eux, puis revenir à son point de départ.

Réponse: _____

ENRICHISSEMENT**3.2****Chaînes et cycles**

1 On fait l'inspection d'un réseau de lignes à haute tension à l'aide d'un hélicoptère. Le tableau montre les coordonnées cartésiennes des postes de distribution de ce réseau.

Voici d'autres renseignements relatifs à ce réseau.

- Le poste de distribution 2 est relié par une ligne à haute tension aux postes de distribution 1 et 7.
- Le poste de distribution 3 est relié par une ligne à haute tension aux postes de distribution 4 et 6.
- Le poste de distribution 5 est relié par une ligne à haute tension aux postes de distribution 6 et 7.

Inspection des lignes à haute tension

Poste	Coordonnées
1	(5, 6)
2	(11, 8)
3	(13, 5)
4	(5, 4)
5	(8, 2)
6	(11, 6)
7	(8, 5)

Sachant que l'origine du plan cartésien correspond à la base à partir de laquelle doit décoller l'hélicoptère, quel itinéraire peut-il emprunter s'il doit partir de la base, passer par chacune des lignes à haute tension une seule fois et revenir à la base ?

Réponse: _____