

VOCABULAIRE FINANCIER

Voici la signification de quelques termes propres aux mathématiques financières.

- **Intérêts** : Somme d'argent calculée sur un capital.
- **Taux d'intérêt (i)** : Pourcentage utilisé pour calculer de l'intérêt sur un capital.
- **Capital initial (C_0)** : Somme d'argent placée ou empruntée initialement.
- **Capital accumulé (C_n)** : Somme d'argent placée ou empruntée, durant une durée n , qui comprend le capital initial auquel s'ajoutent les intérêts.
- **Période d'intérêt** : Intervalle de temps entre deux calculs consécutifs des intérêts.
- **Semestre** : Période de six mois consécutifs. Dans une année, il y a deux semestres.
- **Trimestre** : Période de trois mois consécutifs. Dans une année, il y a quatre trimestres.

INTÉRÊTS SIMPLES

Un capital produit des **intérêts simples** si les intérêts sont **calculés uniquement sur le capital initial**, et ce, durant toute la durée d'un placement, d'un prêt ou d'un emprunt. Cela signifie qu'à la fin de chaque période, les intérêts générés pendant celle-ci ne sont pas ajoutés au capital pour le prochain calcul des intérêts.

CAPITALISATION À INTÉRÊTS SIMPLES

- La **capitalisation** est une opération qui permet de déterminer la **valeur future** d'un capital. Elle consiste à intégrer des intérêts au capital afin d'obtenir un capital accumulé après un certain temps.
- La **capitalisation à intérêts simples** peut être calculée à l'aide de la formule suivante.

$$C_n = C_0(1 + n \times i), \text{ où :}$$

- C_n est le capital accumulé ;
- C_0 est le capital initial ;
- n est la durée (c'est-à-dire le nombre de périodes) ;
- i est le taux d'intérêt simple.

Note : Au besoin, on transforme la durée n de façon à obtenir la même unité de temps que le taux d'intérêt i .

Exemples : 1) On place un capital initial de 100 \$ à un taux d'intérêt simple annuel de 4 %. On veut déterminer à combien s'élèvera le capital accumulé dans 8 ans.

Ici, $C_0 = 100$ \$, $n = 8$ ans et $i = 4$ %.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_8 &= 100(1 + 8 \times 4 \%) \\ &= 100(1,32) \\ &= 132 \end{aligned}$$

Donc, 132 \$.

Dans 8 ans, le capital accumulé sera de 132 \$.

2) On emprunte 1000 \$ à un taux d'intérêt simple mensuel de 2 %. On veut déterminer à combien s'élèvera le capital accumulé dans 2 ans et 9 mois.

Ici, $C_0 = 1000$ \$ et $i = 2$ %.

$$n = 2 \times 12 + 9 = 24 + 9 = 33 \text{ mois}$$

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{33} &= 1000(1 + 33 \times 2 \%) \\ &= 1000(1,66) \\ &= 1660 \end{aligned}$$

Donc, 1660 \$.

Dans 2 ans et 9 mois, le capital accumulé sera de 1660 \$.

ACTUALISATION À INTÉRÊTS SIMPLES

- L'**actualisation** est une opération qui permet de déterminer la **valeur initiale** d'un capital connaissant sa valeur accumulée après un certain temps. Elle est l'**opération inverse** de la capitalisation.
- L'**actualisation à intérêts simples** peut être calculée à l'aide de la formule suivante.

$$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}, \text{ où :}$$

- C_0 est le capital initial;
- C_n est le capital accumulé;
- n est la durée (c'est-à-dire le nombre de périodes);
- i est le taux d'intérêt simple.

Note : Au besoin, on transforme la durée n de façon à obtenir la même unité de temps que le taux d'intérêt i .

Exemples: 1) Un capital accumulé de 1248 \$ est obtenu après un placement de 7 ans à un taux d'intérêt simple semestriel de 4 %. On veut déterminer à combien s'élevait le capital initial placé.

Ici, $C_n = 1248$ \$ et $i = 4$ %.

$$n = 7 \times 2 = 14 \text{ semestres}$$

$$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}$$

$$\begin{aligned} C_0 &= 1248(1 + 14 \times 4 \%)^{-1} \\ &= 1248(1,56)^{-1} \\ &= 800 \end{aligned}$$

Donc, 800 \$.

Le capital initial était de 800 \$.

2) On a remboursé une dette en payant 6162,50 \$ après 4,5 ans. Sachant que le taux d'intérêt simple trimestriel était de 2,5 %, on veut déterminer à combien s'élevait le capital initial emprunté.

Ici, $C_n = 6162,50$ \$ et $i = 2,5$ %.

$$n = 4,5 \times 4 = 18 \text{ trimestres}$$

$$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}$$

$$\begin{aligned} C_0 &= 6162,50(1 + 18 \times 2,5 \%)^{-1} \\ &= 6162,50(1,45)^{-1} \\ &= 4250 \end{aligned}$$

Donc, 4250 \$.

Le capital initial était de 4250 \$.

DURÉE D'UN PLACEMENT, D'UN PRÊT OU D'UN EMPRUNT À INTÉRÊTS SIMPLES

Il est possible de déterminer la durée d'un placement, d'un prêt ou d'un emprunt à intérêts simples en isolant la variable n dans la formule de capitalisation à intérêts simples.

Exemple : On a placé 2500 \$ à un taux d'intérêt simple annuel de 7 %. On veut déterminer dans combien d'années le capital accumulé sera de 3900 \$.

Ici, $C_n = 3900$ \$, $C_0 = 2500$ \$ et $i = 7$ %.

$$C_n = C_0(1 + n \times i)$$

$$3900 = 2500(1 + n \times 7 \%)$$

$$\frac{3900}{2500} = 1 + 0,07n$$

$$1,56 - 1 = 0,07n$$

$$n = \frac{0,56}{0,07}$$

$$= 8$$

Donc, 8 ans.

Le capital accumulé sera de 3900 \$ dans 8 ans.

On peut valider ce résultat de la façon suivante.

$$C_n = C_0(1 + n \times i)$$

$$C_8 = 2500(1 + 8 \times 7 \%)$$

$$= 2500(1,56)$$

$$= 3900$$

Donc, 3900 \$.

Dans 8 ans, le capital accumulé sera de 3900 \$.

TAUX D'INTÉRÊT SIMPLE

Il est possible de déterminer le taux d'intérêt simple d'un placement, d'un prêt ou d'un emprunt en isolant la variable i dans la formule de capitalisation à intérêts simples.

Exemple : On a emprunté 4300 \$ et, après 5 ans, le capital accumulé s'élève à 8170 \$. On veut déterminer à quel taux d'intérêt simple mensuel cet emprunt a été contracté.

Ici, $C_n = 8170$ \$ et $C_0 = 4300$ \$.

$n = 5 \times 12 = 60$ mois

$$C_n = C_0(1 + n \times i)$$

$$8170 = 4300(1 + 60 \times i)$$

$$\frac{8170}{4300} = 1 + 60i$$

$$1,9 - 1 = 60i$$

$$i = \frac{0,9}{60}$$

$$= 0,015$$

Donc, 1,5 %.

Le taux d'intérêt simple mensuel était de 1,5 %.

On peut valider ce résultat de la façon suivante.

$$C_n = C_0(1 + n \times i)$$

$$C_{60} = 4300(1 + 60 \times 1,5 \%)$$

$$= 4300(1,9)$$

$$= 8170$$

Donc, 8170 \$.

À un taux d'intérêt simple mensuel de 1,5 %, l'emprunt de 4300 \$ s'élève à 8170 \$ après 5 ans.

RENFORCEMENT**4.2** Intérêts simples

1 Dans chaque cas, déterminez le capital accumulé.

- a) On place une somme de 4300 \$ pendant 6 ans à un taux d'intérêt simple annuel de 3,8 %.
- b) On emprunte 2500 \$ pendant 3 ans à un taux d'intérêt simple mensuel de 1,5 %.

Réponse: _____

Réponse: _____

2 Dans chaque cas, déterminez le capital initial.

- a) Dans 6,5 ans, le remboursement d'une dette sera de 4725 \$ à un taux d'intérêt simple annuel de 4 %.
- b) Dans 8 ans, la valeur du capital accumulé d'un placement sera de 3147,60 \$ à un taux d'intérêt simple semestriel de 2,9 %.

Réponse: _____

Réponse: _____

3 Dans chaque cas, déterminez la durée du placement ou de l'emprunt.

- a) Un placement de 3800 \$ rapporte 5681 \$ à un taux d'intérêt simple annuel de 9 %.
- b) Le remboursement d'un emprunt de 3350 \$ à un taux d'intérêt simple trimestriel de 2,1 % est de 5390,15 \$.

Réponse: _____

Réponse: _____

4 Dans chaque cas, déterminez le taux d'intérêt simple.

- a) Le remboursement d'un capital initial de 8275 \$ à un taux d'intérêt simple annuel est de 11 899,45 \$ après 6 ans.
- b) Le placement d'une somme de 6200 \$ à un taux d'intérêt simple hebdomadaire rapporte 8134,40 \$ après 3 ans.

Réponse: _____

Réponse: _____

- 5** Afin d'acheter un condo, une personne emprunte 40 000 \$ pour une période de 10 ans. Si l'emprunt est fait à un taux d'intérêt simple annuel de 7,5 %, quelle somme cette personne devra-t-elle rembourser ?

Réponse: _____

- 6** Audrey suit un programme technique de 3 ans en imagerie médicale au cégep. Au début de ses études, elle a fait un placement à un taux d'intérêt simple mensuel de 1,2 % qui vaudra 1861,60 \$ à la fin de ses études. À combien s'élèveront les intérêts obtenus par Audrey grâce à ce placement ?

Réponse: _____

- 7** Afin de rénover son sous-sol, un couple emprunte 12 000 \$ à un taux d'intérêt simple semestriel de 3,85 %. Au moment de rembourser cet emprunt, ce couple devra payer 17 082 \$. Quelle est la durée de cet emprunt ?

Réponse: _____

- 8** Marc-André est un amateur de randonnée de haute montagne. Dans le but de se rendre dans l'Himalaya, il fait un placement de 17 000 \$ sur une période de 6 ans. À terme, ce placement aura une valeur de 32 667,20 \$. À quel taux d'intérêt simple mensuel Marc-André a-t-il fait son placement ?

Réponse: _____

- 1** Afin de simplifier les calculs impliquant des taux d'intérêt simples, on considère généralement que tous les mois correspondent à exactement $\frac{1}{12}$ d'une année. En réalité, il y a des mois de 28 jours, de 30 jours, de 31 jours et même de 29 jours au cours des années bissextiles. Dans le contexte de placements ou d'emprunts, on devrait tenir compte des dates précises de début et de fin de ces placements ou emprunts pour en déterminer la durée. Le tableau suivant fournit des renseignements sur le nombre de jours par mois pour l'année 2016, qui était une année bissextile de 366 jours.

Année 2016

Mois	Nombre de jours	Mois	Nombre de jours	Mois	Nombre de jours
Janvier	31	Mai	31	Septembre	30
Février	29	Juin	30	Octobre	31
Mars	31	Juillet	31	Novembre	30
Avril	30	Août	31	Décembre	31

Répondez aux questions à l'aide de ce tableau.

- a) Une personne emprunte 3500 \$ le 18 février 2016 à un taux d'intérêt simple annuel de 11 %. Elle remboursera ce prêt le 2 septembre 2016. Combien devra-t-elle alors déboursier ?

Réponse: _____

- b) Le capital accumulé d'un placement fait du 19 mars 2016 au 26 novembre 2016 à un taux d'intérêt simple annuel de 9,25 % est de 7126,71 \$. Quelle somme a été placée ?

Réponse: _____